

## 7. Mo algoritmi optimeerimine (moo)

1 sek / 3 sek

60 punkti

Juku õpib Iseäranis Oluliseks Informaatikaolümpiaadiks ja avastas järgmise ülesande:

### Summad massiivis

Sul on antud massiiv  $A$  pikkusega  $N$  ja  $Q$  päringut kujul  $(l, r)$ .

Igale päringule vastata, mis on  $A[l] + A[l + 1] + \dots + A[r]$ .

On teada, et  $N = Q = 10^5$ .

Juku kirjutab selle ülesande lahendamiseks järgmise pseudokoodi:

```
lptr = 1, rptr = 1, sum = A[1], ops = 0
```

```
for each query (ql, qr):  
    while rptr < qr:  
        rptr += 1  
        sum += A[rptr]  
        ops += 1  
    while lptr > ql:  
        lptr -= 1  
        sum += A[lptr]  
        ops += 1  
    while rptr > qr:  
        sum -= A[rptr]  
        rptr -= 1  
        ops += 1  
    while lptr < ql:  
        sum -= A[lptr]  
        lptr += 1  
        ops += 1  
    print sum
```

Selle programmi tööaeg ei jäänud ajalimiidi piiresse. Jukule aga tuli häguselt meelde, et kuskil õppesessioonil oli räägitud midagi mingist “Mo algoritmist”, ja ta hakkas mõtlema: “Kas mul oleks võimalik päringud niimoodi ümber järjestada, et programm ajalimiiti ei ületa? Veelgi enam, kui kiireks ma oma programmi päringute ümber järjestamisega üldse teha saan?”

Antud on  $Q$  päringut kujul  $(l, r)$ . Lisaks on garanteeritud, et päringud on ühtlase jaotusega (vt. märkust). Järjestada päringud ümber nii, et ülaltoodud pseudokoodi jooksutades oleks muutuja  $ops$  lõppväärtus võimalikult väike.

**Hindamine.** Selles ülesandes antakse punkte vastavalt leitud lahenduse “headusele”. Täpsemalt, oletame, et Juku koodi jooksutatakse teie järjestuse peal. Hindamiskriteeriumina kasutatakse muutuja  $ops$  lõppväärtust. Iga testi eest on võimalik saada maksimaalselt 6 punkti, ülesandes on 10 testi. Lahenduse genereeritud järjestus saab testi eest

$$\min\left(6, 6 \cdot \frac{2 \cdot 10^7}{ops}\right) \text{ punkti.}$$

**Sisend.** Faili `moosis.txt` esimesel real on kaks tühikuga eraldatud täisarvu  $N$  ja  $Q$  ( $N = Q = 10^5$ ). Järgneb  $Q$  rida, igal real kaks tühikuga eraldatud täisarvu  $l$  ja  $r$  ( $1 \leq l \leq r \leq N$ ).

**Väljund.** Väljastada faili `mooval.txt`  $Q$  rida, igal real kaks tühikuga eraldatud täisarvu  $l$  ja  $r$ . Väljastatud päringud peavad moodustama ümberjärjestuse sisendis antud päringutest.

| Näide. | moosis.txt | mooval.txt |
|--------|------------|------------|
|        | 7 6        | 2 7        |
|        | 1 5        | 1 2        |
|        | 2 7        | 3 6        |
|        | 4 4        | 1 2        |
|        | 1 2        | 4 4        |
|        | 3 6        | 1 5        |
|        | 1 2        |            |

Juhime tähelepanu, et antud näites **ei ole** ülesande tingimustele vastav sisendfail, sest seal ei kehti  $N = Q = 10^5$ . Näide on vaid selleks, et demonstreerida sisendi ja väljundi vormingut.

**Märkus.** Tegelikud sisendfailid on genereeritud järgmise koodi abil:

```
print(100000, 100000)
for i in 1...100000:
    l = random(1, 100000)
    r = random(1, 100000)
    if (l < r):
        print(l, r)
    else:
        print(r, l)
```

Selles koodis tagastab `random(1, 100000)` täisarvu  $x$  nii, et  $1 \leq x \leq 100\,000$  ning kõik võimalikud variandid tagastatavaks väärtuseks on võrdse tõenäosusega.