

7. Ruudustiku värvimine (ruudustik)

100 punkti

Mitu värvi on vaja tasandi värvimiseks selliselt, et iga kaks teineteisest kaugusel 1 asuvat punkti on eri värvi? Üllatuslikult on teada ainult, et vastus on 5, 6 või 7 (aga pole teada, milline neist kolmest). See küsimus on tuntud Hadwiger-Nelsoni küsimusena. Selles ülesandes vaatleme Hadwiger-Nelsoni küsimuse piiratud ja diskretiseeritud varianti.

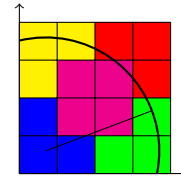
$N \times N$ ruudustiku ruudud tuleb värvida minimaalse arvu värvidega selliselt, et iga kaks värvitud punkti, mis asuvad teineteisest täpselt kaugusel $R = \frac{P}{Q}$, on eri värvi. Värvitakse ainult ruutude sisemused; servi ja nurki ei värvita. See tähendab, et näiteks $R = 2$ korral võivad ruudud (1,1) ja (1,4) olla sama värvi, kuigi esimese ruudu parempoolse alumise ja teise ruudu vasakpoolse alumise nurga vaheline kaugus on täpselt 2.

Sisend. Sisendi ainsal real on täisarvud N , P ja Q ($1 \leq N, P, Q \leq 50$). Seejuures kõigis hinnatavates testides on $N = 50$.

Väljund. Väljastada N rida, igaühele N arvu: ruutude värvimise skeem, kus värve tähistavad täisarvud $1 \dots N^2$.

Näide.

Sisend	Väljund
4 3 1	2 2 7 7
	2 5 5 7
	1 5 5 3
	1 1 3 3



Siin on kasutatud viit värvi, kuigi selle näite saaks lahendada ka nelja värviga. Joonisel on kujutatud ühest sinisest punktist kaugusel 3 olevaid punkte, mis peavad igaüks olema mingit muud värvi. Tõepoolest: märgitud on punkt (0,7;0,6), mis on sinine; sellest on kaugusel 3 näiteks punkt ligikaudsete koordinaatidega (3,506;1,661), mis on roheline ja seega mitte sinine. Siin kasutame koordinaadisüsteemi, kus esimene koordinaat on suunatud vasakult paremale, teine alt üles ja ruudustiku alumise vasakpoolse nurga koordinaadid on (0;0).

Hindamine. Selles ülesandes on (testimiskeskonna kaudu) antud 20 sisendfaili `input_001.txt` kuni `input_020.txt` ja lahendusena on vaja esitada neile vastavad väljundfailid `output_001.txt` kuni `output_020.txt`. Programmi esitamine pole vajalik ja seda ei hinnata.

Iga test on väärt 5 punkti. Ülesande tingimustele mittevastava värvimise eest saab alati 0 punkti, muidu vastavalt kasutatud värvide arvule. K erinevat värvi kasutatav lahendus saab testi eest

$$\frac{5}{2^{K-M}}$$

punkti, kus M on minimaalne värvide arv kõigi võistlejate selle testi korrektsete lahenduste hulgas. Teisisõnu, lahendused, mis kasutavad parimast lahendusest 0, 1, 2, ... võrra rohkem värve, saavad selle testi eest vastavalt 5, 2,5, 1,25, ... punkti.